د. إيمان الحمود

سلم تصحيح مقرر البنى الجبرية /1/

الفصل الأول العام الدراسي 2015-2016

تاريخ الامتحان 7/2/2016

الجواب الأول [42 درجة] لكل بند 3 درجات،

1) خطأ، لأن (-) ليست تجميعية في Z.

2) خطأ، عنصرين فقط.

3) خطأ، رتبة $i = 4$.

4) خطأ، $p-1$.

5) خطأ، تساوي 3.

6) خطأ، يساوي 4.

7) خطأ، تساوي 6.

8) صح

9) خطأ، يساوي $Q/\{0\}$.

10) خطأ، لأنه لا يوجد $(a,b) \in Z \oplus Z$ يولد جميع عناصر $Z \oplus Z$ حيث $a,b \in Z$

11) خطأ، يساوي 6.

12) خطأ، يساوي 15

13) صح.

14) خطأ، رتبة $U(14)$ تساوي 6 بينما رتبة $Z_2 \oplus Z_2$ تساوي 4،

الجواب الثاني [20 درجة] لكل بند 5 درجات،

(1) بما أن $eh = he, \forall h \in H$ فإن $e \in C(H) \neq \phi$. ليكن $x, y \in C(H)$، عندئذٍ

لكل $h \in H$ يكون $xh = hx$ و $yh = hy$ ومنه $y^{-1}h = hy^{-1}$

ومنه نجد بأن $(xy^{-1})h = x(y^{-1}h) = x(hy^{-1}) = (xh)y^{-1} = (hx)y^{-1} = h(xy^{-1})$ $\Rightarrow$

$xy^{-1} \in C(H)$ أي أن $C(H)$ زمرة جزئية من G

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحانات الدورة الأولى للعام الدراسي 2015 - 2016
أسئلة مقرر البنى الجبرية (1)
سنة ثانية رياضيات

المدة: ساعة ونصف
العلامة: 100 درجة
الاسم: براءة أشقر

أجب عن الأسئلة الآتية:

السؤال الأول (42 درجة):

أجب بكلمة صح، أو خطأ لكل مما يلي، مع ذكر التعليل أو التصويب لحالة الخطأ فقط:

(1) إن $(Z , -)$ تشكل زمرة حيث Z مجموعة الأعداد الصحيحة و $(-)$ هي عملية طرح الأعداد.
(2) إن عدد عناصر الزمرة الجزئية $U_{10}(30)$ من الزمرة $U(30)$ يساوي 3 عناصر.
(3) مرتبة العنصر (i) في الزمرة $(C^* , \cdot)$ غير منتهية ، حيث C^* الأعداد العقدية المغايرة للصفر.
(4) عدد مولدات كل زمرة دوارة من المرتبة p حيث p عدد أولي يساوي $p+1$.
(5) رتبة الزمرة الجزئية المولدة بالعنصر 4 من الزمرة $(Z_{12} , +)$ تساوي 4 .
(6) إن عدد عناصر زمرة الخارج $U(30)/U_{10}(30)$ يساوي 3 .
(7) إذا كانت $(G, .)$ زمرة و $a \in G$ عنصراً مرتبته 12 فإن مرتبة العنصر a^{10} في G تساوي 12.
(8) إن عناصر الزمرتين الجزئيتين $<20>$ ، $<10>$ في الزمرة Z_{30} هو نفسه.
(9) إن مركز الزمرة $(Q/\{0\} , \cdot)$ يساوي 1 حيث Q مجموعة الأعداد النسبية.
(10) إن الزمرة $Z \oplus Z$ دوارة لأن Z زمرة دوارة.
(11) عدد الهومومورفيزمات (التشاكلات) الزمرية من الزمرة Z_{18} إلى الزمرة Z_{30} يساوي 12.
(12) رتبة العنصر $(4 , 2)$ من الزمرة $Z_{20} \oplus Z_{30}$ يساوي 60 .
(13) كل زمرة من المرتبه 25 تكون تبديلية.
(14) إن $Z_2 \oplus Z_2 \cong U(14)$.

السؤال الثاني (20 درجة): لتكن $(G , \cdot)$ زمرة ما ، علل صحة ما يلي:

(1) إذا كانت H زمرة جزئية من G فإن المجموعة $C(H) = \{x : x \in G; hx = xh, \forall h \in H\}$ هي زمرة جزئية من G.
(2) إذا كان $a , b \in G$ بحيث $a \cdot b \in Z(G)$ فإن $a . b = b . a$.
(3) كل زمرة منتهية مرتبتها عدد أولي هي زمرة دوارة.
(4) إذا كانت G منتهية و p- زمرة (p عدد أولي) فإن كلاً من $Z(G)$ و $G/Z(G)$ هي p- زمرة.

السؤال الثالث (25 درجة):

(1) إذا كان $f: G \to G`$ تشاكلا زمرياً و $g \in G$ حيث $f(g) = g`$ ، فاثبت أن
$$f^{-1}(g`) = \{x : x \in G, f(x) = g`\} = g . \mathrm{Ker} f$$
(2) إذا كان $n>1$ عدداً صحيحاً، فاثبت أن $Z/_{< n >} \approx Z_n$.

(3) إذا كان f تشاكلاً للزمرة $(Q^* , .)$ في نفسها حيث Q^* مجموعة الأعداد العادية (النسبية) المغايرة للصفر و(.) عملية الضرب العادي والمعرف بالشكل $f(x) = |x|$ ، أوجد $\ker f$.

السؤال الرابع (13 درجة): لتكن G زمرة منتهية. اذكر نص مبرهنة سيلو الأولى وعرف الزمرة الجزئية السيلوفية في G ، ثم ادرس الزمرة التي مرتبتها 35.

2016 - 2 - 7

مع أطيب التمنيات بالنجاح
د. إيمان الخوجة